

dr hab. Agnieszka Rossa, prof. UŁ

Łódź, dnia 18 maja 2021 r.

Instytut Statystyki i Demografii

Uniwersytet Łódzki

RECENZJA

rozprawy doktorskiej

pt. Optymalizacja doboru próby badawczej w pomiarze dobrobytu

napisanej przez mgr Dominika Sieradzkiego

pod kierunkiem naukowym Promotora prof. Wojciecha Zielińskiego oraz Promotora Pomocniczego dra Stanisława Jaworskiego w Instytucie Ekonomii i Finansów SGGW

Uwagi ogólne

W dysertacji podjęto ważny problem metodologiczny, ilustrowany aplikacją empiryczną, dotyczący optymalnej alokacji próby w zagadnieniu estymacji frakcji w losowaniu warstwowym próby z populacji skończonej, z uwzględnieniem ograniczonego budżetu na badanie lub przy zadanej całkowitej liczebności próby. Tematyka pracy wpisuje się zatem w zakres przedmiotowy metody reprezentacyjnej.

Ranga podjętej problematyki jest trudna do przecenienia, zarówno w aspekcie metodologicznym, jak i z perspektywy potencjalnych zastosowań. Autor wskazał możliwość wykorzystania zaproponowanego rozwiązania w badaniach dotyczących wskaźników dobrobytu o charakterze frakcji, niemniej jednak zakres zastosowań jest znacznie szerszy i może być z powodzeniem rozciągnięty na dowolną dziedzinę badań, w której przedmiotem estymacji jest odsetek elementów wyróżnionych w populacji skończonej, podzielonej na warstwy.

Ocena merytoryczna

Na recenzowaną rozprawę doktorską mgra Dominika Sieradzkiego składa się wstęp, wyszczególnienie celów pracy i hipotez badawczych oraz cztery rozdziały, zwieńczone podsumowaniem i wnioskami. Całość zamyka spis cytowanej literatury, załączniki oraz wykaz rysunków. Rozprawa liczy 133 strony, z czego dużą część stanowi bibliografia i załączniki, zawierające dowody twierdzeń, wyprowadzenia niektórych formuł, algorytm obliczeniowy oraz liczne ilustracje graficzne wyników badań. Warto podkreślić, że spis cytowanej literatury zawiera ponad 120 pozycji, w dużej części obcojęzycznych.

Atutem pracy są jasno określone cele rozprawy i hipotezy badawcze. Pierwszym celem głównym jest „konstrukcja nowej alokacji próby w losowaniu warstwowym, w wyniku której poprawi się dokładność szacowania wskaźników dobrobytu o charakterze frakcji”, natomiast drugim celem głównym jest „porównanie zaproponowanej alokacji próby z innymi stosowanymi alokacjami pod względem dokładności estymacji” (s. 12). Cele te determinują cele szczegółowe prowadzące do postawienia dwóch hipotez badawczych (s. 13).

Wśród pięciu celów szczegółowych trzy cele odnoszą się do kwestii metodologicznych. Jednym z nich jest zaproponowanie nowej reguły alokacji próby w losowaniu warstwowym w przypadku estymacji frakcji, z uwzględnieniem warunku ograniczonego budżetu lub przy zadanej liczebności próby. Drugim celem jest porównanie nowej reguły alokacji z formułą alokacji zaproponowaną niemal 100 lat temu przez Aleksandra Czuprowa, a następnie ponownie przywołaną przez Jerzego Neymana. Wartą podkreślenia jest wartość dodana pracy, uzyskana w wyniku realizacji obu wspomnianych celów, szczególnie w warstwie koncepcyjnej i metodologicznej. Trzeci cel nawiązuje do przeglądu literatury statystycznej z zakresu metod alokacji próby w losowaniu warstwowym, a jego realizacja stanowi niejako tło dla własnych propozycji Autora.

Wśród celów szczegółowych odnoszących się do badań dobrobytu warto wyeksponować cel, którego wykonanie wiązało się ze znacznym nakładem czasu pracy Doktoranta. Jest nim identyfikacja stosowanych wskaźników dobrobytu. Autor zamieścił w pracy szeroki i usystematyzowany przegląd sposobów konceptualizacji i operacjonalizacji pojęcia dobrobytu, a także metod jego pomiaru i oceny. Wymagało to zapewne pracochłonnej kwerendy zasobów literaturowych z dziedziny ekonomii dobrobytu czy też dokumentacji technicznej, publikowanej przez krajowe i międzynarodowe instytucje statystyki publicznej.

Celom głównym i szczegółowym rozprawy towarzyszą dwie spójne hipotezy badawcze. Obie hipotezy są sformułowane w kategoriach przewagi nowego modelu alokacji w porównaniu do podejść proponowanych w literaturze. W pierwszej hipotezie podkreśla się aspekt poprawy dokładności estymacji frakcji, w drugiej hipotezie wskazywany jest walor praktyczny, tj. zmniejszenie kosztów badań i zapewnienie większej aktualności uzyskanych wyników.

Struktura pracy jest poprawna, wywody przejrzyste i podporządkowane celom oraz hipotezom badawczym. Część metodologiczna (rozdziały 2, 3) i część aplikacyjna (rozdział 4) poprzedzone są rozdziałem wprowadzającym w tematykę dobrobytu (rozdział 1).

W pierwszym rozdziale Doktorant omawia koncepcje dobrobytu, jego rodzaje i sposoby rozumienia z perspektywy historii myśli ekonomicznej. Rozdział systematyzuje dotychczasową wiedzę z zakresu ekonomii dobrobytu, ukazuje złożoność i wielowymiarowość tego pojęcia, zarówno w aspekcie mikro, jak i makro. Doktorant przedstawia także kilka systemów wskaźników dobrobytu wykorzystywanych przez instytucje statystyki publicznej w badaniach reprezentacyjnych.

Opracowując ten rozdział, Autor wykazał się dużymi umiejętnościami naukowej syntezy poglądów, nurtów, sposobów rozumienia i pomiaru dobrobytu. Interesujący jest w szczególności zamieszczony na końcu tego rozdziału wykaz wybranych indykatorów mających charakter wskaźników struktury.

Wspomniany wykaz indykatorów nawiązuje do tematyki **rozdziału drugiego**, który porusza metodologiczne zagadnienia estymacji wskaźnika struktury lub inaczej frakcji. Warto zaznaczyć, że wskaźnik struktury, w ujęciu prezentowanym w tym rozdziale, może być rozumiany nie tylko w znaczeniu wskaźnika dobrobytu, ale znacznie szerzej – jako parametr skończonej populacji o rozkładzie zero-jedynkowym. Doktorant koncentruje się na estymacji wskaźnika w losowaniu warstwowym próby wg schematu *lpbz* (losowanie proste bez zwracania), w tym przede wszystkim na metodach podziału próby między warstwy, czyli na metodach alokacji próby.

Rozdział drugi jest napisany klarownie, zawiera zwięzły przegląd literatury fachowej pod kątem modeli alokacji próby oraz istotnych różnic pomiędzy nimi. Na szczególną uwagę zasługuje zwłaszcza modyfikacja formuły alokacji Neymana (względnie Neymana-Czuprowa), uwzględniająca ograniczenie kosztowe.

W rozdziale trzecim Doktorant przedstawia własną propozycję alokacji próby w losowaniu warstwowym wg schematu $lpbz$, w zagadnieniu estymacji wskaźnika struktury θ dla populacji N -elementowej, podzielonej na dwie warstwy w proporcjach $w_1 \in (0,1)$, $w_2 = 1 - w_1$. Opracowaniu tej metody przyświecał – jak się wydaje – cel praktyczny, tj. wyeliminowanie wad aplikacyjnych alokacji Neymana.

Formuła alokacji Neymana oparta jest na kryterium minimalnej wariancji estymatora parametru θ , jednak ze względu na nieznaną wartość analogicznych wskaźników struktury θ_i z poszczególnych warstw, wariancja estymatora nie jest znana. Trudność tę można częściowo pokonać, np. poprzez zastąpienie wskaźników θ_i we wzorze na wariancję oszacowaniami uzyskanymi z badań wstępnych bądź z badań realizowanych w przeszłości, względnie wartościami, dla których wariancja estymatora osiąga maksimum. W każdym z tych przypadków rozwiązanie jest tylko częściowo satysfakcjonujące. Przykładowo, oszacowania nieznanymi parametrów na podstawie badań wstępnych lub realizowanych w przeszłości mogą znacznie różnić się od ich rzeczywistych wartości, co oznacza, że uzyskane w ten sposób liczebności prób z poszczególnych warstw mogą różnić się od optymalnych. Z kolei, zastąpienie nieznanymi wskaźników θ_i wartościami równymi $\frac{1}{2}$ prowadzi do zwiększonych liczebności prób w warstwach, w których rzeczywista wariancja nie jest duża, co przy wysokim koszcie badań w tychże warstwach może skutkować przekroczeniem budżetu. Biorąc wymienione problemy pod uwagę, Doktorant proponuje własne, oryginalne podejście do zagadnienia poszukiwania reguły alokacji próby.

Autor rozważa przypadek podziału populacji na dwie warstwy, przedstawiając wskaźnik struktury dla jednej z warstw, tj. θ_2 , jako funkcję parametru θ oraz wskaźnika struktury θ_1 z warstwy pierwszej. W podejściu tym uwzględnione jest ograniczenie na rozmiar próby, związany z całkowitym kosztem badania C i wyrażonym nierównością $n_1 c_1 + n_2 c_2 \leq C$, gdzie n_1, n_2 są liczebnościami podprób, natomiast c_1, c_2 są jednostkowymi kosztami badania odpowiednio w warstwie pierwszej i drugiej.

Punktem wyjścia w propozycji Doktoranta jest formuła uśrednionej wariancji estymatora względem potencjalnych wartości wskaźnika θ_1 . Na tej podstawie opracowany został algorytm wyznaczania optymalnej liczebności n_1 próby z pierwszej warstwy dla ustalonych wartości N, w_1, C, c_1, c_2 . Znalezienie liczebności n_1 umożliwia następnie wyznaczenie liczebności n_2

w drugiej warstwie. Warty uwagi jest fakt, że tak wyznaczona liczebność n_1 jest stała względem θ_1 , co eliminuje problem związany z nieznajomością tego parametru.

Na zakończenie rozdziału 3, Doktorant przedstawia porównania zaproponowanej reguły alokacji z innymi metodami alokacji, zaczerpniętymi z literatury. Podaje także sposób oceny stopnia poprawy dokładności estymacji oraz dokonuje porównań uśrednionej wariancji z wariancją estymatora parametru θ dla założonych wartości $\theta, N, w_1, C, c_1, c_2$ oraz $\theta_1 \in [0,1]$.

Ostatni rozdział przedstawia przykład zastosowania nowej reguły alokacji próby w zagadnieniu estymacji odsetka osób z wykształceniem wyższym w Polsce, w przypadku podziału populacji na dwie warstwy wg miejsca zamieszkania miasto-wieś. Rozdział ten jest stosunkowo krótki, liczy zaledwie 5 stron. Zawiera przykład odwołujący się w pewnym sensie do problematyki przywołanej w tytule rozprawy i w rozdziale 1. Dane dotyczące liczebności dorosłej części populacji, w tym udziałów procentowych mieszkańców wsi i miast, określone zostały na podstawie spisu wyborców z roku 2019. Doktorant wyprowadza liczebności prób, jakie należałoby wylosować z obu warstw, zakładając umowne jednostkowe koszty badania i koszt całkowity. Przykład ten stanowi interesującą ilustrację zastosowania zaproponowanej reguły alokacji próby w badaniach reprezentacyjnych.

Wnioski z analiz przeprowadzonych w poszczególnych rozdziałach, a także propozycje dalszych badań zostały streszczone w części zatytułowanej **Podsumowanie i wnioski**. Doktorant wskazuje w nich m.in. na pozytywnie zweryfikowane hipotezy badawcze oraz zrealizowane cele. Nakreśla także krótko plany na przyszłość, dotyczące poszerzenia i uogólnienia rozważań w tej tematyce.

W odniesieniu do niektórych kwestii poruszonych w rozprawie, chciałabym przedstawić kilka spostrzeżeń, uwag i propozycji do rozważenia. Mają one charakter głosu w dyskusji i być może będą przydatne w dalszych badaniach Doktoranta.

1. Formuła uśrednionej wariancji zamieszczona na stronie 51 wyznaczona została przy założeniu podziału populacji na dwie warstwy, gdy $w_1 \leq w_2$ lub równoważnie $w_1 \leq \frac{1}{2}$. Z punktu widzenia zastosowań, wydaje się konieczne podjęcie próby uogólnienia tego wzoru na przypadek większej liczby warstw. Doktorant ma zamiar zrealizować to zadanie, o czym wspomina w zakończeniu pracy.
2. Na stronie 54 sformułowany jest wzór na optymalną liczebność n_1 (po zaokrągleniu w dół do liczby całkowitej) w przypadku, gdy udział w_1 pierwszej warstwy nie

przekracza progę $w_1^* \in (0, \frac{1}{2})$. Pewne kłopoty rachunkowe sprawia wyprowadzenie wzoru na wartość progową w_1^* oraz liczebność n_1 , gdy $w_1 > w_1^*$. Autor proponuje skorzystanie w takich sytuacjach z przybliżeń symulacyjnych (w przypadku wskaźnika w_1^*) i rozwiązań numerycznych (w przypadku liczebności n_1 dla $w_1 > w_1^*$), co w pewnym stopniu może ograniczać walory aplikacyjne proponowanego podejścia.

3. Doktorant podaje również wzór na liczebność próby w drugiej warstwie, wyrażony jako $n_2 = \frac{C - c_1 n_1}{c_2}$. Warto zauważyć, że w ogólnym przypadku, wyrażenie po prawej stronie nie musi być liczbą całkowitą. Ponadto, może okazać się, że liczebność n_2 , po zaokrągleniu do liczby całkowitej, jest – przy odpowiednio dużym budżecie C – większa od liczebności warstwy. Doktorant sugeruje, aby w takiej sytuacji włączyć do badań całą warstwę. Warte jednak zbadania wydaje się dodanie drugiego ograniczenia, nałożonego na całkowitą liczebność próby n , o ile $n \geq n_1$. W rezultacie n_2 mogłoby być zdefiniowane jako część całkowita liczby $\min\left(n - n_1, \frac{C - c_1 n_1}{c_2}\right)$. Warunek ustalonej liczebności próby jest wprawdzie rozważany w paragrafie 3.3, ale jako przypadek szczególny ograniczenia kosztowego, tj. dla $C = n$, $c_1 = c_2 = 1$.
4. Zastosowanie uśrednienia wariancji estymatora rozumiem w kategoriach budowy pewnej funkcji kryterium w zadaniu optymalizacyjnym typu max-min, tj. w zadaniu polegającym na maksymalizacji funkcji kryterium ze względu na θ , a następnie na minimalizacji ze względu na n_1 . Zabieg uśredniania wariancji jest tutaj sposobem na wyeliminowanie ze wzoru parametru θ_1 . Wyznaczona na tej podstawie liczebność n_1 jest optymalna w sensie tego kryterium. Tak więc, formuła (3.2) pełni – w moim rozumieniu – rolę kryterium optymalizacyjnego w zagadnieniu wyznaczania alokacji próby, natomiast formuła (3.1) jest wariancją estymatora parametru θ . Niezależnie bowiem od sposobu podziału próby między warstwy, estymator wskaźnika struktury θ jest wyznaczany jako liniowa kombinacja frakcji elementów wyróżnionych w podpróbach o ustalonych liczebnościach, tj. jako wyrażenie $w_1 \hat{\theta}_1 + w_2 \hat{\theta}_2$. Estymatory $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ są w tym przypadku zmiennymi losowymi o rozkładach hipergeometrycznych, zależnych od parametrów odpowiednio θ_1, θ_2 . Oznacza to, że wariancja estymatora $w_1 \hat{\theta}_1 + w_2 \hat{\theta}_2$ również zależy od tych parametrów, a jej wartość określa wzór (3.1).

5. W świetle wywodów zawartych w poprzednim punkcie, sensownym wydaje się porównanie wariancji (3.1) dla alokacji Neymana oraz dla podziału próby między warstwy metodą zaproponowaną przez Doktoranta. Innym sposobem porównania może być zestawienie wariancji uśrednionej względem θ_1 w przypadku obu reguł alokacji i przy ustalonych wartościach $\theta, N, w_1, C, c_1, c_2$. Tego rodzaju porównania znaleźć można w tabeli 3.4 na stronie 59. Z zestawienia tego wynika, że obydwie alokacje dostarczają zbliżonych wartości w sensie uśrednionych wariancji, jednakże dla prób o mniejszej liczebności wyniki mogą przechylać się wyraźniej na korzyść jednego z tych rozwiązań. Warto więc przeanalizować więcej tego typu porównań, szczególnie dla mniejszych populacji. Rysunki zamieszczone w aneksie, choć mają także walor poznawczy, to jednak zawierają porównania wariancji uśrednionej z wariancją „nieuśrednioną”.
6. Ostatni rozdział rozprawy przedstawia przykład zastosowania nowej reguły alokacji próby w zagadnieniu estymacji odsetka osób z wyższym wykształceniem w Polsce. Rozdział ten nie ma charakteru studium dobrobytu, jak należałoby sądzić po tytule rozprawy i zawartości rozdziału 1. Oczywiście, przeprowadzenie badania reprezentacyjnego, a następnie oszacowanie na tej podstawie systemu wskaźników dobrobytu byłoby z pewnością ogromnym wyzwaniem, niewykonalnym dla jednej osoby. Wartymi rozważenia wydają się jednak eksperymenty symulacyjne w oparciu o procesy generujące dane, przy różnych scenariuszach podziału populacji na warstwy i przy różnych wartościach pozostałych parametrów. Symulacje takie rzuciłyby więcej światła na naturę zaproponowanego rozwiązania problemu alokacji próby.

Oprócz tych kilku wymienionych uwag i sugestii, należy podkreślić także szereg elementów, które świadczą o dużej wartości dodanej rozprawy. Osiągnięcia te są niezaprzeczalne i były w większości wymienione w trakcie omawiania zawartości poszczególnych rozdziałów. W tym miejscu pozwolę sobie wypunktować je w skrócie.

Do istotnych osiągnięć Autora zaliczam:

1. usystematyzowany i szeroko udokumentowany przegląd teoretycznych koncepcji dobrobytu oraz zagadnień dotyczących operacjonalizacji tego pojęcia;
2. przegląd reguł alokacji próby w zagadnieniu estymacji frakcji w losowaniu warstwowym, z propozycją modyfikacji reguły Neymana w zakresie ograniczenia kosztowego;

3. propozycja uśrednionej wariancji jako kryterium służącego do wyznaczenia nowej reguły alokacji próby;
4. wyprowadzenie wzorów na liczebności prób losowanych z poszczególnych warstw, tj. takiego podziału próby między warstwy, aby był on optymalny w sensie sformułowanego kryterium;
5. udokumentowanie wyników badań dotyczących uśrednionej wariancji i porównań z wynikami uzyskanymi w modelu alokacji Neymana;
6. wskazanie kierunków zastosowania zaproponowanej metody alokacji w badaniach reprezentacyjnych;
7. przygotowanie autorskiego skryptu obliczeniowego w środowisku MATHEMATICA (praca nad skrypcem wymagała rozważenia i implementacji m.in. szeregu przypadków szczególnych i warunków brzegowych, wynikających z ograniczeń nałożonych na budżet badania czy rozmiar próby).

Wniosek końcowy

Uważam, że rozprawa magistra Dominika Sieradzkiego jest pracą wartościową, zarówno poznawczo, jak i koncepcyjnie. Przeprowadzone przez Doktoranta badania poszerzają wiedzę o statystycznych metodach alokacji próby w losowaniu warstwowym oraz sposobach ich wykorzystania. Mimo uwag dotyczących niektórych szczegółowych kwestii, dysertacja stanowi niewątpliwie oryginalny wkład w rozwój metody reprezentacyjnej i badań w dziedzinie nauk społecznych.

Biorąc pod uwagę aspekty merytoryczne, w tym oryginalność rozwiązania podjętego problemu badawczego, umiejętności naukowej syntezy dotychczasowego dorobku w dziedzinie będącej przedmiotem rozprawy i wkład własny Doktoranta, stwierdzam, że przedłożona praca spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim, wynikające z Ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. z 2017 r. poz. 1789 z późn. zm.). Wnoszę więc o jej przyjęcie i dopuszczenie do publicznej obrony.

